

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Департамент образования Вологодской области**

**Управление образования Великоустюгского муниципального округа**

**МБОУ "Гимназия"**

СОГЛАСОВАНО

Педагогическим советом

МБОУ «Гимназия»

Протокол № 1 от 30.08.2024

УТВЕРЖДЕНО

Директор МБОУ «Гимназия»

*Хомутичкина О.А.*

Приказ № 01-02/91 от 30.08.2024



**«Решение планиметрических задач»**

**9 класс**

г. Великий Устюг  
2024

## Пояснительная записка:

На протяжении веков геометрия служила источником развития не только математики, но и других наук. Законы математического мышления формировались с помощью геометрии. Многие геометрические задачи содействовали появлению новых научных направлений, и наоборот, решение многих научных проблем было получено с использованием геометрических методов. Современная наука и ее приложения немыслимы без геометрии и ее новейших разделов: топологии, дифференциальной геометрии, теории графов, компьютерной геометрии и др. Огромна роль геометрии в математическом образовании учащихся. Известен вклад, который она вносит в развитие логического мышления и пространственного воображения учеников. Курс геометрии обладает также чрезвычайно важным нравственным моментом, поскольку именно геометрия дает представление о строго установленной истине, воспитывает потребность доказывать то, что утверждается в качестве истины. Таким образом, геометрическое образование является важнейшим элементом общей культуры.

Научиться решать задачи по геометрии значительно сложнее, чем по алгебре. Это связано с обилием различных типов геометрических задач и с многообразием приемов и методов их решения.

*Основная трудность при решении этих задач обычно возникает по следующим, причинам:*

- планиметрический материал либо был плохо усвоен в основной школе, либо плохо сохранился в памяти;
- для решения задачи нужно знать некоторые методы и приемы решения, которые либо не рассматриваются при изучении планиметрии, либо не отрабатываются;
- в «нетипичных» задачах, в которых представлены не самые знакомые конфигурации, надо уметь применять известные факты и решать базисные задачи, которые входят как составной элемент во многие задачи.

По данным статистической обработки результатов ГИА, а также вступительных экзаменов в различные вузы планиметрические задачи вызывают трудности не только у слабых, но и у более подготовленных учащихся. Как правило, это задачи, при решении которых нужно применить небольшое число геометрических фактов из школьного курса в измененной ситуации, а вычисления не содержат длинных выкладок. Решая такую задачу, ученик должен в первую очередь проанализировать предложенную в задаче конфигурацию и увидеть те свойства, которые необходимы при решении.

Выходом из создавшегося положения может служить рассмотрение в рамках соответствующего элективного курса некоторых вопросов, которые достаточно часто встречаются в заданиях на экзаменах и которые вызывают затруднения. Предлагаемый курс «Решение планиметрических задач» является практико-ориентированным и предназначен для учащихся 9 классов. Количество учебных часов - 17.

Основное содержание курса соответствует современным тенденциям развития школьного курса геометрии, идеям дифференциации, углубления и расширения знаний учащихся. Данный курс дает учащимся возможность познакомиться с нестандартными способами решения планиметрических задач, способствует формированию и развитию таких качеств, как интеллектуальная восприимчивость и способность к усвоению новой информации, гибкость и независимость логического мышления. Поможет учащимся в подготовке к выпускным и вступительным экзаменам по геометрии, а также при выборе ими будущей профессии, связанной с математикой.

Структура курса представляет собой пять логически законченных и содержательно взаимосвязанных тем, изучение которых обеспечит системность и практическую направленность знаний и умений учеников. Разнообразный дидактический материал дает возможность отбирать дополнительные задания для учащихся различной степени подготовки. Все занятия направлены на расширение и углубление базового курса. Содержание курса можно

варьировать с учетом склонностей, интересов и уровня подготовленности учеников.

Основной тип занятий - практикум. Для наиболее успешного усвоения материала планируются различные формы работы с учащимися: *лекционно-семинарские занятия, групповые, индивидуальные формы работы*. Для текущего контроля на каждом занятии учащимся рекомендуется серия заданий, часть которых выполняется в классе, а часть - дома самостоятельно. Изучение данного курса заканчивается проведением либо итоговой контрольной работы, либо теста.

### **Ожидаемые результаты:**

В результате изучения курса учащиеся должны **уметь**:

- точно и грамотно формулировать теоретические положения и излагать собственные рассуждения в ходе решения заданий;
- уверенно решать задачи на вычисление, доказательство и построение;
- применять аппарат алгебры и тригонометрии к решению геометрических задач;
- применять свойства геометрических преобразований к решению задач.

### **Место предмета в учебном плане**

Согласно учебному плану образовательного учреждения на элективный курс в 9 классе отводится не менее 17 часов.

Срок реализации рабочей учебной программы – II полугодие 2023-2024 учебного года.

### **СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ КУРСА**

**Тема 1. Треугольники (4 Часа).** Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Свойства проекций катетов. Метрические соотношения в произвольном треугольнике. Свойства медиан, биссектрис, высот. Теоремы о площадях треугольника.

*Методы обучения:* лекция, объяснение, выполнение тренировочных упражнений.

*Формы контроля:* проверка задач для самостоятельного решения; самостоятельная работа.

**Тема 2. Четырехугольники (3 часа).** Метрические соотношения в четырехугольниках. Свойство произвольного четырехугольника, связанное с параллелограммом. Теоремы о площадях четырехугольников. Свойство биссектрисы параллелограмма и трапеции. Свойства трапеции.

*Методы обучения:* лекция, объяснение, выполнение тренировочных упражнений.

*Форма контроля:* проверка задач для самостоятельного решения.

**Тема 3. Окружности (2 часа).** Метрические соотношения между длинами хорд, отрезков касательных и секущих. Свойства дуг и хорд. Свойства вписанных углов. Углы между хордами, касательными и секущими.

*Методы обучения:* лекция, объяснение, выполнение тренировочных упражнений.

*Формы контроля:* проверка задач для самостоятельного решения; самостоятельная работа.

**Тема 4. Окружности и треугольники (3 часа).** Окружности, вписанные и описанные около треугольников. Окружности, вписанные и описанные около прямоугольных треугольников.

*Методы обучения:* лекция, объяснение, выполнение тренировочных упражнений.

*Форма контроля:* проверка задач для самостоятельного решения.

**Тема 5. Окружности и четырехугольники (3 часа).** Четырехугольники, вписанные и описанные около окружности. Площади четырехугольников, вписанных и описанных около окружностей. Теорема Птолемея.

*Методы обучения:* лекция, объяснение, выполнение тренировочных упражнений.

*Формы контроля:* проверка задач для самостоятельного решения; самостоятельная работа.

Решение задач по всему курсу (1 час).

Итоговый контроль (1 час).

## **Личностные, метапредметные, предметные результаты освоения элективного курса**

Изучение математики позволяет достичь следующих результатов

### ***в личностном направлении:***

1) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;

2) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

3) представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах ее развития, о ее значимости для развития цивилизации;

4) креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;

5) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;

6) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

### ***в метапредметном направлении:***

1) первоначальные представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники, о средстве моделирования явлений и процессов;

2) умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;

3) умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять ее в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

4) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;

6) умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;

7) понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

8) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

9) умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

### ***в предметном направлении:***

1) умение работать с математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

2) овладение геометрическим языком, умение использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений и изобразительных умений, приобретение навыков геометрических построений;

3) усвоение систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, а также на наглядном уровне – о простейших пространственных телах, умение применять систематические знания о них для решения геометрических и практических задач;

4) умение измерять длины отрезков, величины углов, использовать формулы для

нахождения периметров, площадей и объемов геометрических фигур;

5) умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора, компьютера.

## **Планируемые результаты освоения программы элективного курса геометрии «Решение планиметрических задач»**

### **Личностные результаты**

#### **Личностные универсальные учебные действия**

- ориентация в системе требований при обучении математике;
- позитивное, эмоциональное восприятие математических объектов, рассуждений, решений задач, рассматриваемых проблем.

*Ученик получит возможность для формирования:*

- *выраженной устойчивой учебно-познавательной мотивации и интереса к изучению математики;*

- *умение выбирать желаемый уровень математических результатов;*
- *адекватной позитивной самооценки и Я-концепции.*

### **Метапредметные образовательные результаты**

#### **Регулятивные универсальные учебные действия**

Ученик научится:

- совместно с учителем целеполаганию в математической деятельности;
- анализировать условие задачи;
- действовать в соответствии с предложенным алгоритмом, составлять несложные алгоритмы вычислений и построений;
- применять приемы самоконтроля при решении математических задач;
- оценивать правильность выполнения действия и вносить необходимые коррективы на основе имеющихся шаблонов.

*Ученик получит возможность научиться:*

- *видеть различные стратегии решения задач, осознанно выбирать способ решения;*
- *основам саморегуляции в математической деятельности в форме осознанного управления своим поведением и деятельностью, направленной на достижение поставленных целей.*

#### **Коммуникативные универсальные учебные действия**

Ученик научится:

- строить речевые конструкции с использованием изученной терминологии и символики, понимать смысл поставленной задачи, осуществлять перевод с естественного языка на математический и наоборот;
- осуществлять контроль, коррекцию, оценку действий партнёра, уметь убеждать.

*Ученик получит возможность научиться:*

- *задавать вопросы, необходимые для организации собственной деятельности взаимодействия с другими;*
- *устанавливать и сравнивать разные точки зрения, прежде чем принимать решения и делать выбор;*
- *отображать в речи (описание, объяснение) содержание совершаемых действий.*

#### **Познавательные универсальные учебные действия**

Ученик научится:

- анализировать и осмысливать тексты задач, переформулировать их условия моделировать условие с помощью схем, рисунков, таблиц, реальных предметов, строить логическую цепочку рассуждений;

- формулировать простейшие свойства изучаемых математических объектов;
- с помощью учителя анализировать, систематизировать, классифицировать изучаемые математические объекты.

*Ученик получит возможность научиться:*

- осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий.

## **Предметные результаты**

К концу обучения на элективном курсе обучающийся получит следующие предметные результаты:

Распознавать основные виды четырёхугольников, их элементы, пользоваться их свойствами при решении геометрических задач.

Применять свойства точки пересечения медиан треугольника (центра масс) в решении задач.

Владеть понятием средней линии треугольника и трапеции, применять их свойства при решении геометрических задач. Пользоваться теоремой Фалеса и теоремой о пропорциональных отрезках, применять их для решения практических задач.

Применять признаки подобия треугольников в решении геометрических задач.

Пользоваться теоремой Пифагора для решения геометрических и практических задач. Строить математическую модель в практических задачах, самостоятельно делать чертёж и находить соответствующие длины.

Владеть понятиями синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Пользоваться этими понятиями для решения практических задач.

Вычислять (различными способами) площадь треугольника и площади многоугольных фигур (пользуясь, где необходимо, калькулятором). Применять полученные умения в практических задачах.

Владеть понятиями вписанного и центрального угла, использовать теоремы о вписанных углах, углах между хордами (секущими) и угле между касательной и хордой при решении геометрических задач.

Владеть понятием описанного четырёхугольника, применять свойства описанного четырёхугольника при решении задач.

Применять полученные знания на практике – строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрии (пользуясь, где необходимо, калькулятором).

**Возможные критерии оценок.**

Критерии при выставлении оценок могут быть следующими.

*Оценка «отлично».* Учащийся освоил теоретический материал курса, получил навыки его применения при решении конкретных задач; в работе над индивидуальными домашними заданиями учащийся продемонстрировал умение работать самостоятельно.

*Оценка «хорошо».* Учащийся освоил идеи и методы данного курса в такой степени, что может справиться со стандартными заданиями; выполняет домашние задания прилежно; наблюдаются определенные положительные результаты, свидетельствующие об интеллектуальном росте и о возрастании общих умений учащегося.

*Оценка «удовлетворительно».* Учащийся освоил наиболее простые идеи и методы решений, что позволяет ему достаточно успешно решать простые задачи.

## Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование тем курса	Всего часов
1	Треугольники	4
2	Четырехугольники	3
3	Окружности	2
4	Окружности и треугольники	3
5	Окружности и четырехугольники	3
6	Решение задач по всему курсу	1
7	Решение планиметрических задач. Итоговый контроль	1
	Итого	17

## Календарно – тематическое планирование

№ п/п	Содержание материала	Количество часов	Дата проведения	
			План	Факт
	<b>1. Треугольники ( 4 ч).</b>			
1.	Прямоугольный треугольник. Основные понятия и свойства.	1		
2.	Произвольный треугольник. Метрические соотношения в треугольнике.	1		
3.	Произвольный треугольник. Метрические соотношения в треугольнике.	1		
4.	Произвольный треугольник. Метрические соотношения в треугольнике.	1		
	<b>2. Четырехугольники. (3ч)</b>			
5.	Параллелограмм.	1		
6.	Трапеция.	1		
7.	Трапеция.	1		
	<b>3. Окружности (2ч).</b>			
8.	Свойства касательных, хорд и секущих.	1		
9.	Свойства касательных, хорд и секущих.	1		
	<b>4. Окружности и треугольники. (3ч)</b>			
10.	Окружность, вписанная в треугольник.	1		

11.	Окружность, описанная около треугольника.	1		
12.	Окружность, описанная около треугольника.	1		
<b>5. Окружности и четырехугольники (3ч).</b>				
13.	Окружность, вписанная в ромб.	1		
14.	Окружность, вписанная в ромб.	1		
15.	Окружность, вписанная в ромб.	1		
16.	Решение задач по всему курсу.	1		
17.	Решение планиметрических задач. Зачётная работа.	1		



## ЗАЧЁТНАЯ РАБОТА

### Вариант 1

1. На окружности радиуса  $R$  и последовательно отмечены точки  $A, B, C$  и  $D$  так, что величины дуг  $AB$  и  $BC$  равны соответственно  $50^\circ$  и  $80^\circ$ , а диагонали четырехугольника  $ABCD$  равны между собой. Найдите длину наибольшей стороны четырехугольника.

2. Отрезок  $CH$  - высота прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ).  $HL = 3NK$ , где  $HL$  и  $NK$  - биссектрисы треугольников  $BCH$  и  $ACH$  соответственно,  $AB = 2\sqrt{5}$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

3. На двух сторонах прямого угла с вершиной  $M$  выбраны точки  $D$  и  $K$  соответственно так, что  $MO : MK = 7/1$ . На биссектрисе угла  $DMK$  взята точка  $E$ , равноудаленная от  $D$  и  $K$ . Определите длину  $DK$ , если  $ME = 4$ .

4. Отрезок  $CM$  - биссектриса треугольника  $ABC$ . Точки  $K$  и  $P$  - основания перпендикуляров, опущенных из точки  $M$  на стороны треугольника  $AC$  и  $BC$  соответственно.  $BC = 2\sqrt{3} AC$ ,  $\angle BCA = 60^\circ$ ,  $MK = 2$ . Найдите отношение площадей треугольников  $MCA$  и  $MBC$  и длину стороны  $AB$ .

5. Трапецию можно вписать в круг, радиус которого в  $(2\sqrt{3})\sqrt{7}$  раз больше радиуса круга, вписанного в эту же трапецию. Найдите все углы данной трапеции.

### Вариант 2

1. На окружности радиуса  $r$  последовательно отмечены точки  $K, M, N$  и  $Q$ , так, что величины дуг  $KM$  и  $MN$  равны соответственно  $40^\circ$  и  $100^\circ$ , а хорды  $KM$  и  $MQ$  пересекаются под углом  $70^\circ$ . Найдите длину наибольшей стороны четырехугольника  $KMNQ$ .

2. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) проведена высота  $CH$ . Отрезки  $AM$  и  $CP$  - медианы треугольников  $ACH$  и  $BCP$  соответственно, причем  $3AM = 4CP$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если его площадь равна 96.

2. Угол  $ABC$  прямой,  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ . Найдите расстояние от  $B$  до точки  $K$ , лежащей на биссектрисе прямого угла, если  $K$  равноудалена от  $A$  и  $C$ .

3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  высоты  $AA_1 = 2$ ,  $CC_1 = 4$ ,  $BN$  - биссектриса треугольника,  $AN = 5\sqrt{3}$ . Найдите длину  $NC$  и площадь треугольника  $ABC$ .

5. В прямоугольную трапецию вписана окружность. Точки касания этой окружности со сторонами трапеции являются вершинами четырехугольника, площадь которого в 4 раза меньше площади трапеции. Чему равен наименьший угол трапеции?

### Литература:

1. Геометрия 7 – 9: Учеб. для общеобразоват. учреждений/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2017.
2. Геометрия 7 – 9: Учеб. для общеобразоват. учреждений/ Погорелов А.В. - М.: Просвещение
3. Геометрия в таблицах. – Л.И. Звавич и др. – Дрофа. 2002
4. Краткий справочник школьника 5-11 классы – Дрофа .-1997
5. . Геометрия в таблицах. – А.Н. Роганин и др. – Дрофа. 2020